

전류와 자기장

이충기

December 20, 2010

1 전류와 자성

아리스토텔레스(Aristotélēs, BC 384 - BC 322)에 의하면 자성에 대한 과학적 토의를 했던 첫 학자는 탈레스(Thales of Miletus, BC 625 - BC 545)이다. 탈레스는 “만물의 근원(Archê)은 물”이라고 주장했다. 그에 따르면 자연계에 존재하는 삼라만상은 물이거나 물로부터 **변화**한 것이다. 그는 이 “변화”라는 것을 화두로 영혼과 생명력에 대해 논의했는데, 그 예로써 든 것이 호박(amber, 그리스어로 ἡλεκτρον - ēlektron: 천으로 문지르면 정전기현상이 생긴다)과 자석인 것이 재미있다.

전류가 자성을 지닌 물체에 힘을 줄 수 있다는 것을 처음 알아낸 사람은 덴마크 사람 외르스테드(Hans Christian Ørsted, 1777-1851)이다.

1820년 4월 21일에 저녁 실험 강의 도중 어떤 현상을 발견했는데, 그 강의에 참석했던 사람들의 말에 의하면, 외르스테드는 실험도중에 일어난 현상을 보고 전혀 예상하지 못했던 것처럼 당황했다고 한다. 그가 전류가 흐를 때, 전선의 주변에 있던 나침반 바늘이 북극을 가리키지 않는 것을 알아차렸다. 즉, 볼타전지의 양극과 음극 기둥 양 끝을 잇는 철사에 강한 전류를 흘려보낼 때, 북쪽에서 남쪽 방향을 향하는 철사 옆에 나란히 놓인 나침반의 바늘이 철사의 방향과 수직하게 동쪽에서 서쪽을 향하도록 90도 회전한 다음 계속 그 방향을 가리키는 것을 보고 놀랐다. 그가 철사에 흐르는 전류의 방향을 바꾸니, 나침반의 바늘은 즉시 180도 회전 하는 것이었고, 철사가 놓인 방향에 상관없이 바늘이 철사에 흐르는 전류의 방향에 따라서 철사의

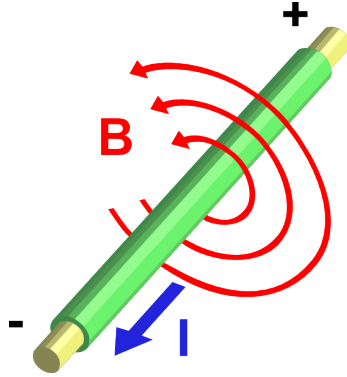


Figure 1: 전류가 흐르는 곧은 도선이 만드는 자기장 (출처: 영문 위키피디아)

한쪽 옆이나 다른 쪽 옆을 향하였다. 이것은 자침에 작용하는 힘의 행동 양상이 정전기력이나 만유인력과 달랐기 때문에 이 발견 자체는 과학연구에 즉각적인 반향을 일으켰다. 바늘이 회전하였다는 사실은 두 질량이나 두 전하 또는 두 자극 사이에 작용하는 것과 같이 단순한 인력이나 척력이 아니고 전류에서 발생한 회전력의 영향을 받는다는 것을 시사한다. 이 나침반 바늘의 회전은 자기장과 전류 사이에 어떤 관계가 있다는 것을 증명하는 것이었고, 그것은 바로 전기와 자기의 관계를 의미하는 것이었다. 나침반의 바늘이 전하에 의해 영향을 받지 않는다는 사실로부터 이 회전은 자기적인 효과임이 명백했으며, 그래서 외르스테드는 전류가 자기를 발생시킨다는 올바른 결론을 내렸다. 외르스테드는 그 현상에 대해 어떠한 만족스러운 설명도 하지 않았고, 수학적 방식으로 표현하려 하지 않았다. 그러나 3개월 후에 그 현상에 대해 집중하여 조사하였다. 그리고 그는 전선을 통해 흐르는 전류가 자기장을 만든다는 것을 증명하고 결과물을 출판하였다. - 한글 위키피디아, 외르스테드 항목

외르스테드의 획기적 발견에 자극받은 프랑스 사람 앙페르(André-Marie Ampère, 1775-1836)는 큰 노력 끝에 전류가 만드는 자기장에 대해 정식화하는 것에 성공했다. 앙페르에 의하면 진공 중에 놓여있는 곧게 뻗은 전선에 크기 I 의 전류가 흐를 때, 그 주위에 생기는 자기장은 그림 1처럼 전류가 흐르는 방향을 기준으로 반시계방향으로 생기며, 도선에서 r 만큼 떨어진

곳에서는 그 크기가

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (1)$$

이다. μ_0 는 진공의 투자율(permeability)라 부르는 상수이다. 전류는 자기장을 만드므로, 전류가 흐르는 도선을 일종의 자석으로 볼 수도 있다. 자석의 다른 극끼리는 당기고 같은 극끼리는 밀치는 것은 이미 잘 알고 있는 사실인데, 이렇게 보면 전류가 흐르는 도선끼리 서로 힘을 미칠 것을 쉽게 예상할 수 있다. 실제로 곧게 뻗은 두개의 평행한 도선에 같은 방향의 전류가 흐르면 서로 잡아당기고 반대 방향으로 흐르면 서로 밀친다. 전류가 흐르지 않는 도선은 이런 힘을 받지 않으므로, 조금 논의를 더 밀고 나가보면 도선내부를 흐르는(즉 움직이는) 전하가 다른 도선이 만든 자기장에 의해 힘을 받는다는 것을 추측할 수 있다. 후에 이것은 로렌츠(Hendrik Antoon Lorentz, 1853-1928)에 의해서 정식화 되었다. 자기장 \vec{B} 안에서 \vec{v} 의 속도로 움직이는 전하 q 를 가지는 입자는 자기장에 의해 다음과 같은 힘을 받는데, 이것을 로렌츠 힘(Lorentz force)라고 한다.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2)$$

균일한 자기장 속에 전하를 띤 입자가 들어오면 그림 2와 같이 로렌츠힘을 받아 원운동을 하게 되는데, 로렌츠 힘이 구심력이 된다는 조건에서 그 궤도 반지름을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} Bqv &= \frac{mv^2}{R} \\ R &= \frac{mv}{Bq} \end{aligned} \quad (3)$$

즉 전하량, 운동속도는 같지만 질량이 차이가 나면 궤도 반지름이 달라지게 된다. 이러한 특징을 이용하여 동위원소들을 분리할 수도 있는데, 맨하탄 프로젝트 당시 이러한 원리를 이용한 Calutron이란 분리기가 실제로 제작되었다. 또한 원운동 주기는 $T = 2\pi R/v$ 이므로 $\omega = 2\pi/T = Bq/m$ 이 되는데 이를 싸이클로트론 주파수(cyclotron frequency)라 한다. 이는 자기장 속에서 운동하는 전하를 지닌 입자들의 물리를 기술할 때 자주 등장하는 양이다.

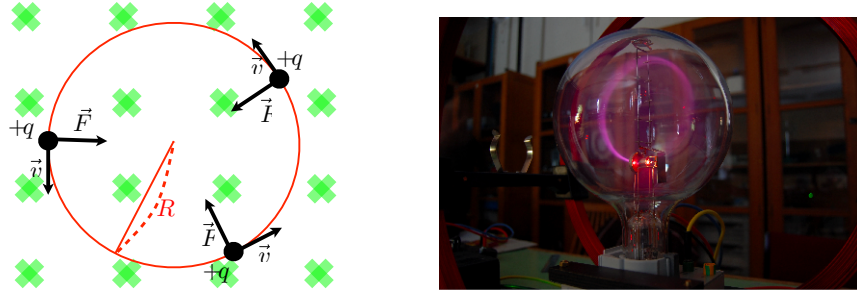


Figure 2: 로렌츠 힘 균일한 자기장의 방향은 지면을 뚫고 들어가는 방향이다. 양전하는 속도 \vec{v} 로 자기장과 수직인 방향으로 운동하고 있다. 운동방향과 자기장의 방향이 수직이기 때문에 전하가 받는 힘의 크기는 $F = Bqv$ 이다. 힘의 방향은 운동속도와 자기장에 동시에 수직인 방향으로 작용하므로, 양전하는 평면상에서 등속 원운동을 하게된다. 오른쪽 그림은 자기장이 걸렸을 때, 전자들의 운동이 나타내는 궤적이다. 궤적을 나타내는 보라빛은 전자들이 유리구 속을 채우고 있는 기체 분자와 충돌해서 나타난다. 전자는 음전하를 가지고 있지만 양전하와 마찬가지로 원궤도를 그린다.

2 전기력과 자기력

자기력과 전기력은 근본적으로 다른 힘이 아니다. 전기력과 자기력의 관계는 특수상대론으로부터 완전하게 이해되는데, 가장 쉬운 예로 이것을 알아보자. 그림 3과 같이 전류가 흐르는 곧게 뻗은 직선이 있다. 이 도선 외부에는 전하량 q 를 가진 양전하가 이 도선에서 r 만큼 떨어진 위치에서 도선에 평행하게 속도 \vec{v} 로 운동하고 있다. 도선에는 전류가 흐르고 있는데, 편의상 음전하를 가진 전자들이 외부의 양전하와 같은 속도로 움직이고 있다고 하자. 관례에 따라 전류의 방향은 전자들이 흐르는 방향의 반대방향이다. 도선에는 전자들 뿐만 아니라 양의 전하를 띤 원자핵들도 있음을 유의하자. 이 원자핵들은 전압이 걸려도 움직이지 않는다. 한편, 도선을 흐르는 전류에 의해 생기는 자기장은 앙페르 법칙에 의해 지면을 뚫고 들어가는 방향으로 생기게 되는데, 전하의 운동 방향을 고려하면 도선에서 멀어지는 방향으로 다음과 같은 크기의 로렌츠 힘을 받게 됨을 알 수 있다.

$$F = qvB = \frac{qv\mu_0 I}{2\pi r} \quad (4)$$

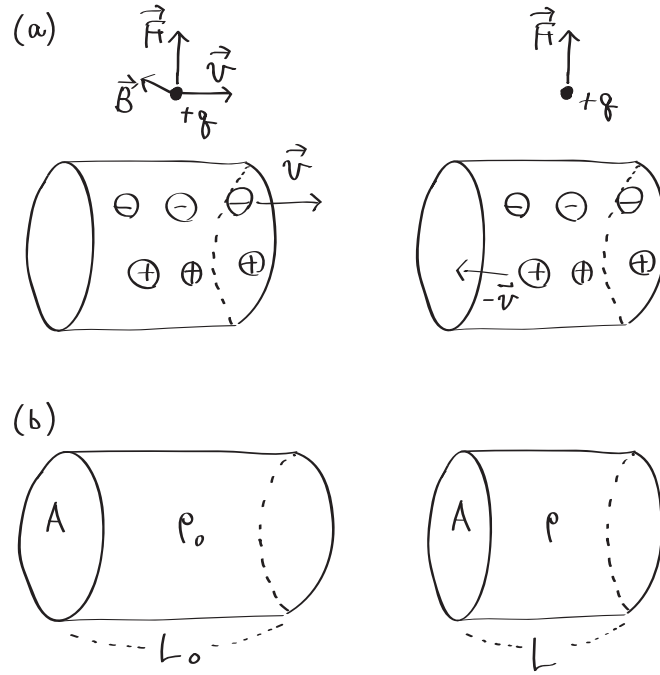


Figure 3: 전자기 현상과 특수상대론 (a) 도선이 정지한 관성계에서는 도선 외부의 전하는 자기장에 의한 로렌츠 힘만을 받는다. 반면 도선 외부의 전하가 정지한 관성계에선 쿨롱 힘만을 받는다. (b) 관찰자의 관성계에 따라 도선의 길이가 달라지므로 전하밀도도 달라진다.

여기서 식 (1)이 사용되었다. 식 (4)에서 도선 속의 전하가 만드는 전기장이 전하에 미치는 힘은 고려하지 않았는데, 이것은 도선이 정지한 관성계에서 도선이 전기적으로 중성이라고 가정하기 때문이다.

이제 관찰자가 도선 밖의 양전하와 같은 속도로 움직이고 있다고 하자. 이 관성계에선 도선 밖의 양전하와 도선 속의 전자들이 정지해 있지만, 도선이 $-\vec{v}$ 의 속도로 움직이게 되서 양전하(원자핵)들에 의한 전류가 생긴다. 이 관성계를 S' 이라 하고, 앞에서 말한 도선이 정지해 있는 관성계를 S 라 하자. 관성계 S' 에서는 도선 밖의 양전하는 어떤 힘을 받는가? 외부 전하는 정지해 있으므로 $\vec{v} = 0$ 이고 따라서 도선 내부 양전하들의 전류가 만든 자기장에 의한 로렌츠힘은 없다. 그렇다면 도선 외부의 전하는 아무런 힘을 받지 않는 것일까? 이것이 사실이라면 관성계에 따라서 도선 외부의 양전하가 받는 힘이 달라지므로, 상대론의 중요한 공준(postulates)에 위배된다.

관성계 S' 에서는 도선이 움직이고 있으므로 정지한 외부전하와 전자가

관찰하는 도선의 길이는 상대론적 효과에 의해 짧아 지는데, 도선의 속도가 아주 작더라도 이 효과는 매우 중요하다. 도선의 단면적을 A (도선의 단면적은 운동방향에 수직하므로 관성계에 따라 변하지 않는다), 외부의 관찰자에 대해 정지한 도선과 속력 v 로 움직이는 도선의 길이를 L_0, L , 각각에 해당하는 양/음전하밀도를 ρ_0^\pm, ρ^\pm 이라 하면, 전하량 자체는 관성계에 의존하여 변하지 않으므로(전하량이 질량이나 길이처럼 관성계에 따라 달라지는 양이라면 세상이 어떻게 될 것인지 상상해 보자),

$$Q^\pm = (AL)\rho^\pm = (AL_0)\rho_0^\pm \quad (5)$$

이다. 여기서 Q^\pm 는 어떤 도선 안에 든 양/음전하의 총량이다. 특수상대론에 의하면 $L = L_0\sqrt{1-v^2/c^2}$ 이므로

$$\rho^\pm = \frac{\rho_0^\pm}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (6)$$

을 얻을 수 있다. 이제 관성계 S 에서 도선이 정지해 있고(즉 도선 내부의 양전하가 정지해 있고), 도선은 전기적으로 중성이므로,

$$\rho_0^+ - \rho^- = 0 \quad (7)$$

이다. 관성계 S' 에선 도선 내부의 전자들과 도선 외부의 양전하가 정지해 있고, 도선 내부의 양전하들이 $-\vec{v}$ 의 속도로 움직이므로, 관성계 S' 에서 총 전하밀도 ρ_{tot} 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \rho_{tot} &= \rho^+ - \rho_0^- \\ &= \frac{\rho_0^+}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \rho^- \sqrt{1-v^2/c^2} \\ &= \rho_0^+ \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \sqrt{1-v^2/c^2} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 식 (6)과 (7)을 이용하였다. $v \ll c$ 이면 식 (8)은 간단하게 근사된다.

$$\begin{aligned}\rho_{tot} &= \rho_0^+ \left((1 - v^2/c^2)^{-1/2} - (1 - v^2/c^2)^{1/2} \right) \\ &\sim \rho_0^+ \left(\left(1 + \frac{1}{2}v^2/c^2 \right) - \left(1 - \frac{1}{2}v^2/c^2 \right) \right) \\ &= \rho_0^+ \frac{v^2}{c^2}\end{aligned}\quad (9)$$

$x \ll 1$ 일 때, 근사식 $(1 - x)^n \sim 1 - nx$ 를 이용하였다. 따라서 관성계 S' 에 선 도선이 중성이 아니고 양전하 밀도가 커진다는 것을 알 수 있는데, 도선 밖에 정지해 있는 양전하는 도선에 존재하는 양전하로 인한 밀침힘을 받게 된다. 도선의 전하밀도 ρ_{tot} 로 인한 전기장은 가우스 법칙¹으로부터 구할 수 있다. 도선으로부터 r 만큼 떨어진 점에서 그 크기는

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{\rho_0^+ A v^2}{2\pi\epsilon_0 r c^2} \quad (10)$$

이다. 여기서 λ 는 선전하밀도인데 선밀도는 밀도에 면적을 곱해주면 되므로 $\lambda = \rho_0^+ A$ 이다. 이제 외부 전하에 작용하는 힘은

$$F = qE = \frac{q\rho_0^+ A v^2}{2\pi\epsilon_0 r c^2} \quad (11)$$

인데, 이것을 좀 더 의미있는 공식으로 만들어 볼 수 있다. 빛의 속도는 $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ 이고, 관성계 S 에서 전자의 흐름으로 인한 전류는 $I = \rho^- A v = \rho_0^+ A v$ 으로 표시할 수 있으므로(식 (7)을 이용),

$$F = qE = \frac{qv\mu_0 I}{2\pi r} \quad (12)$$

와 같이 되서 원래의 관성계 S 에서 구한 로렌츠 힘(식 (4))과 같아 지는 것을 알 수 있다. 이렇게 보면 자기장은 전기장과 근본적으로 다른 것이 아니라, 관찰자가 선택하는 관성계에 따라 서로 변환되는 것이다.

¹<http://navercast.naver.com/science/physics/3918>